

Liga zadaniowa dla maturzystów – ETAP II

MATEMATYKA

27 lutego 2021 – 12 marca 2021

1 Ważne informacje

- Test wielokrotnego wyboru (może być więcej niż jedna poprawna odpowiedź; wszystkie odpowiedzi mogą być fałszywe).
- Link do karty odpowiedzi znajduje się na stronie zzk.egrp.pl/liga_zadaniowa.php.
- Za każdy poprawnie rozwiązany podpunkt uzyskuje się 1 punkt.
- Za każde w pełni poprawnie rozwiązane zadanie uzyskuje się 1000 punktów.

2 Zadania

1. Kiedy wielomian $x^p + x^{p-1} + \dots + x + 1$ dzieli wielomian $x^n + x^{n-1} + \dots + x + 1$?
 - (a) Kiedy $n + 1$ jest podzielne przez $p + 1$;
 - (b) Kiedy n jest podzielne przez p ;
 - (c) Kiedy n i p są obie parzyste albo obie nieparzyste;
2. Dane jest równanie $x^2 - 4|x| + a = 0$ dla $a \in \mathbb{R}$. Co można powiedzieć o liczbie rozwiązań tego równania?
 - (a) Zbiór rozwiązań tego równania jest zawsze albo dwuelementowy albo pusty;
 - (b) Istnieje taka wartość parametru a , dla której równanie ma dokładnie trzy rozwiązania;
 - (c) Istnieje taka wartość parametru a , dla której równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie;
3. Dany jest układ równań
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ xy = b^2 \end{cases}$$

W zależności od wartości parametrów $a, b \in \mathbb{R}$ układ może

 - (a) nie mieć rozwiązań;
 - (b) mieć dokładnie jedno rozwiązanie;
 - (c) mieć dokładnie dwa rozwiązania;
4. Ile miejsc zerowych ma wykres funkcji $h(x) = \left| -2 + |x - 1| \right| + \left| |x - 2| - 1 \right|$, gdzie $x \in \mathbb{R}$?
 - (a) dokładnie jedno;
 - (b) dokładnie dwa;

(c) nieskończenie wiele;

5. Dana jest funkcja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, o której wiadomo, że dla pewnych liczb dodatnich $a \neq b$ zachodzi $g(a) = b$ i $g(b) = a$. Z tego wynika, że funkcja g nie może być

(a) rosnąca;

(b) parzysta;

(c) okresowa;