

Liga zadaniowa dla maturzystów – ETAP I

MATEMATYKA

15 lutego 2021 – 26 lutego 2021

1 Ważne informacje

- Test wielokrotnego wyboru (może być więcej niż jedna poprawna odpowiedź; wszystkie odpowiedzi mogą być fałszywe).
- Link do karty odpowiedzi znajduje się na stronie zzk.egrp.pl/liga_zadaniowa.php.
- Za każdy poprawnie rozwiązany podpunkt uzyskuje się 1 punkt.
- Za każde w pełni poprawnie rozwiązane zadanie uzyskuje się 1000 punktów.

2 Zadania

1. O liczbie naturalnej $k > 1$ wiadomo, że $\frac{k+1}{k-1}$ jest także liczbą naturalną. Zatem:
 - (a) $k^2 = 5k - 6$;
 - (b) $k < 3$;
 - (c) $\frac{k+4}{k-4}$ jest liczbą całkowitą;
2. Dla pewnej liczby naturalnej $k > 1$ suma wszystkich jej dzielników naturalnych wynosi $2k$ (do sumy wliczone są 1 oraz k). O sumie odwrotności tych dzielników można powiedzieć, że:
 - (a) jest równa 2;
 - (b) jest liczbą wymierną;
 - (c) nie może być liczbą całkowitą;
3. Wiadomo, że równanie $2k + an = 0$ spełnione jest przez dokładnie jedną parę liczb całkowitych (k_0, n_0) . Z tego wynika, że:
 - (a) $a = -2$;
 - (b) $k_0 = n_0 = 0$;
 - (c) a jest liczbą niewymierną;
4. O liczbach a, b, c wiadomo, że:

$$a > \frac{1}{2}, \quad b > \frac{1}{2}(1 - a), \quad c > \frac{1}{2}(1 - a - b).$$

Liczba $l = 1 - a - b - c$ jest mniejsza od

(a) $\frac{1}{3}$;

(b) $\frac{1}{7}$;

(c) $\frac{1}{9}$;

5. Niech liczby s, t, x będą większe od 1. Wartość wyrażenia $\frac{\log_s x}{\log_{st} x}$ nie zależy od liczby

(a) s ;

(b) t ;

(c) x ;