

Liga zadaniowa dla maturzystów – ETAP V

MATEMATYKA

10 kwietnia 2021 – 23 kwietnia 2021

1 Ważne informacje

- Test wielokrotnego wyboru (może być więcej niż jedna poprawna odpowiedź; wszystkie odpowiedzi mogą być fałszywe).
- Link do karty odpowiedzi znajduje się na stronie zzk.egrp.pl/liga_zadaniowa.php.
- Za każdy poprawnie rozwiązany podpunkt uzyskuje się 1 punkt.
- Za każde w pełni poprawnie rozwiązane zadanie uzyskuje się 1000 punktów.

2 Zadania

1. Płaszczyzna została podzielona na dwa rozłączne i niepuste zbiory A i B .
 - (a) Dla każdej liczby $r \in \mathbb{R}_+$ można znaleźć dwa punkty należące do A lub dwa punkty należące do B takie, że ich odległość wynosi r ;
 - (b) Można wskazać taką liczbę $r \in \mathbb{R}_+$, dla której nie ma pary punktów zbioru A ani pary punktów zbioru B odległych o r ;
 - (c) Dla każdej liczby $r \in \mathbb{R}_+$ można wskazać w zbiorze A dwa punkty, które są odległe o r ;
2. W ciemnym korytarzu leży sterta usypana z n różnych par butów ($n > 10$). Należy po omacku wylosować dwa buty.
 - (a) Prawdopodobieństwo wylosowania butów należących do jednej pary wynosi $\frac{1}{2n-1}$;
 - (b) Prawdopodobieństwo wylosowania dwóch lewych butów jest mniejsze od $\frac{1}{4}$;
 - (c) Prawdopodobieństwo wylosowania dwóch butów na tę samą nogę wynosi $\frac{1}{2}$;
3. Dane są trzy liczby: $a = 2 + \sqrt{2}$, $b = 6 + 5\sqrt{2}$, $c = 9 + 8\sqrt{2}$.
 - (a) Można wskazać ciąg arytmetyczny, którego pewnymi wyrazami są liczby a, b, c ;
 - (b) Jeśli można wskazać ciąg arytmetyczny, którego pewnymi wyrazami są liczby a, b, c , to istnieje tylko jeden taki ciąg;
 - (c) Nie istnieje ciąg arytmetyczny, którego pewnymi wyrazami są liczby a, b, c ;
4. W ciągu arytmetycznym $a_1 = 2, a_2 = 7, a_3 = 12, \dots$.
 - (a) pewien wyraz jest kwadratem nieparzystej liczby naturalnej;
 - (b) pewien wyraz jest kwadratem liczby naturalnej;
 - (c) żaden wyraz nie jest kwadratem liczby naturalnej;
5. Dany jest rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) o wyrazach będących liczbami naturalnymi.

- (a) Zachodzi równość $a_{100} + a_{200} > 297$;
- (b) W ciągu można wskazać wyraz, którego zapis dziesiętny rozpoczyna się od cyfry 9;
- (c) W ciągu można wskazać wyraz o numerze $n > 2000$, który ma takie same ostatnie dwie cyfry jak wyraz a_{11} ;