

## ĆWICZENIA

różniczka zupełna, ekstrema lokalne i absolutne funkcji

(wersja: 23 października 2020)

---

**Żeby w jak największym stopniu skorzystać z ćwiczeń, wszystko to, co jest w części teoretycznej (oznaczenia, terminologia, twierdzenia, wzory) trzeba rozumieć i znać na pamięć.**

### Zakres materiału

1. Zastosowanie różniczki zupełnej do obliczania przybliżonej wartości wyrażeń;
2. Badanie ekstremów lokalnych funkcji dwóch zmiennych;
3. Znajdowanie największej i najmniejszej wartości funkcji dwóch zmiennych w podanym zbiorze;

### Zadania

1. Obliczyć przybliżoną wartość wyrażenia:

(a)  $(1,02)^{3,01}$ ,

(b)  $\frac{2,01 \cdot 1,03}{(2,01)^2 - (1,03)^2}$ .

2. Zbadać ekstrema lokalne funkcji:

(a)  $f(x, y) = 3x^3 + 3x^2y - y^3 - 15x$ ,

(b)  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$ .

3. Znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x, y)$  w podanym zbiorze  $D$ :

(a)  $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$

w zbiorze będącym trójkątem domkniętym ograniczonym przez proste o równaniach  $x = 0$ ,  
 $y = 0$ ,  $x + y + 3 = 0$ ,

(b)  $f(x, y) = 2xy$

w zbiorze  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ ,

(c)  $f(x, y) = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$

w prostokącie  $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$ .

## 1 ZADANIA DOMOWE

1. Obliczyć przybliżoną wartość wyrażenia:

(a)  $\sqrt{(6,2)^2 + (8,1)^2}$ ,

(b)  $\frac{8,04}{2,02}$ .

2. Zbadać ekstrema lokalne funkcji:

(a)  $f(x, y) = x^2 - xy + 2y^2 - x + 4y - 5$ ,

(b)  $f(x, y) = 4xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ .

3. Znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x, y)$  w kole  $x^2 + y^2 \leq 4$ :

(a)  $f(x, y) = 2x^2 - 2y^2$ ,

(b)  $f(x, y) = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}$ .

## Bibliografia

1. *Analiza matematyczna w zadaniach cz. I/II* K. Krysicki, W. Włodarski