

## ĆWICZENIA

krzywe stożkowe: okrąg

(wersja: 22 października 2020)

---

**Żeby w jak największym stopniu skorzystać z ćwiczeń, wszystko to, co jest w części teoretycznej (oznaczenia, terminologia, twierdzenia, wzory) trzeba rozumieć i znać na pamięć.**

### Zakres materiału

1. Wyznaczanie współrzędnych środka okręgu o danym równaniu;
2. Obliczanie promienia okręgu o danym równaniu;
3. Wyznaczanie środka cięciwy, gdy dane jest równanie okręgu i prosta, w której zawarta jest cięciwa;
4. Znajdowanie równania okręgu przechodzącego przez dwa dane punkty, którego środek znajduje się na danej prostej;
5. Znajdowanie równanie stycznej do okręgu w danym punkcie;
6. Wyznaczanie równania stycznej wychodzącej z danego punktu;
7. Wyznaczanie stycznych do okręgu, prostopadłych do danej prostej;

### Zadania

1. Znaleźć współrzędne środka i promień okręgu  $x^2 - 8x + y^2 + 12y + 20 = 0$ .
2. Wyznaczyć współrzędne środka oraz promień okręgu, który przechodzi przez punkty  $A = (1, 1)$ ,  $B = (-1, 3)$ ,  $C = (3, 7)$ .
3. Znaleźć współrzędne środka cięciwy okręgu  $x^2 + y^2 - 2y - 24 = 0$ , która jest zawarta w prostej  $x + y - 2 = 0$ .
4. Znaleźć równanie okręgu, który ma środek na prostej  $x + y = 0$  i przechodzi przez punkty  $A = (1, 5)$ ,  $B = (-1, 7)$ .
5. Znaleźć zbiór punktów płaszczyzny, których odległość od punktu  $A = (1, 1)$  jest dwa razy większa niż odległość od punktu  $B = (4, 4)$ .
6. Znaleźć równanie stycznej do okręgu  $x^2 - 2x + y^2 + 10y = 0$  w punkcie  $P = (2, 0)$ .

7. Wyznaczyć równania stycznych do okręgu  $(x + 1)^2 + y^2 = 1$  wychodzących z punktu  $P = (2, 0)$ .
8. Okrąg przechodzi przez punkt  $A = (-8, 9)$  i jest styczny do osi układu współrzędnych. Znaleźć współrzędne środka i promień tego okręgu.
9. Na okręgu  $x^2 + y^2 = 2$  znaleźć punkt, który jest położony najbliżej (najdalej) od prostej  $y = x + 5$ .
10. Znaleźć równania stycznych okręgu  $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 0$ , które są prostopadłe do prostej  $x + 2y = 0$ .
11. Wyznaczyć równanie okręgu, który przechodzi przez początek układu współrzędnych i jest styczny do prostych  $y = x - 1$ ,  $y = x + 3$ .
12. Znaleźć współrzędne środka i promień okręgu  $x^2 - x + y^2 + y = 0$ .
13. Znane są współrzędne wierzchołków  $A = (-1, 4)$ ,  $C = (3, 6)$  prostokąta  $ABCD$ . Znaleźć równanie okręgu opisanego na tym prostokącie.
14. Środkiem cięciwy okręgu  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$  jest początek układu współrzędnych. Wyznaczyć równanie prostej zawierającej tę cięciwę.
15. Znaleźć równanie okręgu, który jest styczny do osi układu współrzędnych i przechodzi przez punkt  $P = (-2, 9)$ . Ile rozwiązań ma zadanie?
16. Wyznaczyć miejsce geometryczne punktów płaszczyzny, które są środkami cięciw okręgu  $x^2 + (y - 2)^2 = 4$  wychodzących z początku układu współrzędnych.
17. Napisać równanie stycznej okręgu  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$  w punkcie  $P = (0, 0)$ .
18. Znaleźć długość stycznej do okręgu  $(x - 9)^2 + (y - 7)^2 = 25$  poprowadzonej z punktu  $P = (2, -3)$ .
19. Na okręgu  $x^2 + 4x + y^2 - 3 = 0$  znaleźć punkt, który jest położony najbliżej (najdalej) od prostej  $x + y = 0$ .
20. Znaleźć równanie okręgu o środku  $S = (6, 7)$ , który jest styczny do prostej  $5x - 12y - 24 = 0$ .
21. Wyznaczyć równanie okręgu wpisanego w trójkąt ograniczony odcinkami prostych  $x + 5 = 0$ ,  $4x - 3y - 25 = 0$ ,  $3x + 4y - 25 = 0$ .

## Bibliografia

1. *Geometria analityczna* F. Leja
2. *Algebra i geometria analityczna* T. Jurlewicz, Z. Skoczylas