

ĆWICZENIA

krzywe stożkowe: parabola

(wersja: 22 października 2020)

Żeby w jak największym stopniu skorzystać z ćwiczeń, wszystko to, co jest w części teoretycznej (oznaczenia, terminologia, twierdzenia, wzory) trzeba rozumieć i znać na pamięć.

Zakres materiału

1. Wyznaczanie współrzędnych ogniska oraz równania kierownicy paraboli o danym równaniu;
2. Wyznaczanie równania paraboli przechodzącej przez trzy dane punkty;
3. Wyznaczanie współrzędnych wierzchołka oraz osi symetrii paraboli o podanym wzorze;
4. Wyznaczanie równania stycznej paraboli w zadanym punkcie;
5. Wyznaczanie równań stycznych paraboli, wychodzących z zadanego punktu;
6. Wyznaczanie równania stycznej do paraboli, prostopadłej do danej prostej;

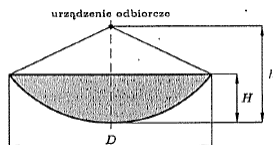
Zadania

1. Podać współrzędne ogniska oraz równanie kierownicy paraboli $y^2 = 6x$.
2. Parabola przechodzi przez punkty $A = (-3, -1)$, $B = (-1, 1)$, $C = (5, 3)$. Znaleźć równanie tej paraboli.
3. Znaleźć współrzędne wierzchołka oraz równanie osi symetrii paraboli

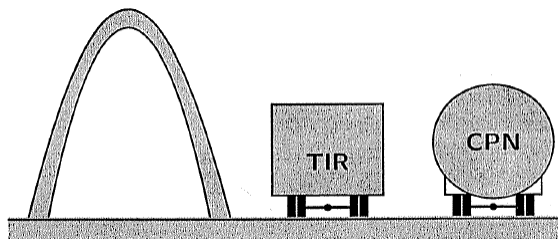
$$y^2 + 10y - 4x + 21 = 0.$$

4. Na paraboli $y^2 = -2x$ znaleźć punkty położone w odległości 5 od ogniska.
5. Znaleźć miejsce geometryczne środków cięwiw paraboli $y = x^2$, które przechodzą przez punkt $A = (0, 1)$.
6. Napisać równanie stycznej do paraboli $(y - 3)^2 = 8(x + 1)$ wystawionej w należącej do niej punkcie $P = (1, 7)$.
7. Znaleźć równania wszystkich stycznych do paraboli $y = x^2 - 4x + 5$, które wychodzą z punktu $P = (3, 0)$.

8. Wyznaczyć równanie stycznej do paraboli $y^2 = -6x$, która jest prostopadła do prostej $x + 3y + 12 = 0$.
9. Pokazać, że styczne poprowadzone do paraboli z dowolnego punktu kierownicy są prostopadłe.
10. Znaleźć równanie paraboli, której kierownicą jest prosta $y = -2$, a ogniskiem punkt $F = (1, 8)$.
11. Znaleźć równanie paraboli o osi pionowej lub poziomej, która przechodzi przez punkty $A = (-2, 0)$, $B = (1, 3)$, $C = (6, -2)$.
12. Znaleźć równanie cięciwy paraboli $y^2 = 2x$, której środkiem jest $S = (3, 1)$.
13. Punkty $A = (0, 0)$, $B = (2, 4)$ są wierzchołkami podstawy trójkąta równoramiennego ABC wpisanego w parabolę $y = x^2$. Wyznaczyć współrzędne wierzchołka C trójkąta. Ile rozwiązań ma zadanie?
14. Czasza radioteleskopu do odbioru sygnałów z kosmosu ma kształt paraboloidy obrotowej o wymiarach $D = 48$ m oraz $H = 12$ m (rysunek). Na jakiej wysokości h nad dnem oceanu należy umieścić urządzenie odbiorcze, aby sygnały miały największą moc? (*Paraboloida obrotowa jest powierzchnią powstałą z obrotu paraboli wokół swojej osi*)



15. Tunel ma kształt odcinka paraboli o szerokości 4 m i wysokości 5 m (rysunek). Czy w tunelu zmieści się (a) TIR o szerokości 2.8 m i wysokości 3.0 m? (b) cysterna o wysokości 3.5 m i średnicy zbiornika 3.0 m?



16. Napisać równanie stycznej paraboli $y^2 = -8x$ w punkcie $P = (-2, -4)$.
17. Z punktu $P = (-1, -1)$ poprowadzono styczne paraboli $y = 2x^2$. Znaleźć równania tych stycznych.
18. Znaleźć styczną paraboli $y^2 = 4x$, która jest prostopadła do prostej $x + 2y = 6$.
19. Dla jakiej wartości parametru p , parabole $y = x^2 + p$, $y^2 = x$ są styczne?

Bibliografia

1. *Geometria analityczna* F. Leja
2. *Algebra i geometria analityczna* T. Jurlewicz, Z. Skoczylas