Zofia Zielińska-Kolasińska
Instytut Matematyki
Wydział Nauk Ścisłych i Przyrodniczych
Uniwersytet Przyrodniczo-Humanistyczny w Siedlcach

Geometria analityczna – rachunek wektorowy

ĆWICZENIA

obliczanie współrzędnych wektora, obliczanie długości wektora, normalizacja wektora

(wersja: 22 października 2020)

Żeby w jak największym stopniu skorzystać z ćwiczeń, wszystko to, co jest w części teoretycznej (oznaczenia, terminologia, twierdzenia, wzory) trzeba rozumieć i znać na pamięć.

Zakres materiału

1. Obliczanie współrzędnych wektora $\overrightarrow{AB}$, gdy dane są współrzędne punktów A i B;
2. Obliczanie długości wektora;
3. Znajdowanie wektora o kierunku przeciwnym do danego;
4. Normalizacja wektora;
5. Wyprowadzenie wzoru na wektor wodzący punktu, który dzieli odcinek AB w stosunku $1 : \lambda$;
6. Zbadanie współliniowości punktów przy pomocy rachunku wektorowego;

Zadania

1. Obliczyć długości wektorów $\vec{a} = (1, -\sqrt{3}, \sqrt{5})$ i $\overrightarrow{PQ}$, gdzie $P = (1, 2, 3)$, $Q = (4, 6, 15)$.
2. Znaleźć wektor jednostkowy o kierunku zgodnym z kierunkiem sumy wektorów $\vec{a} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 3\hat{k}$.
3. Znaleźć wektor o długości 11 i kierunku przeciwnym do wektora $\vec{PQ}$, gdzie $P = (1, 3, 2)$, $Q = (-1, 0, 8)$.
4. Niech $\overrightarrow{r_A}$, $\overrightarrow{r_B}$ będą wektorami wodzącymi odpowiednio punktów A i B. Znaleźć wektor wodzący $\overrightarrow{r_p}$ punktu P podziału odcinka AB w stosunku $1 : \lambda$.
5. Znaleźć wektor wodzący punktu R, który dzieli odcinek PQ w stosunku $1 : 2$, wiedząc, że $\overrightarrow{OP} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{a} - 2\vec{b}$.
6. Znaleźć m wiedząc, że punkty $(-1, -1, 2)$, $(2, m, 5)$, $(3, 11, 6)$ są współliniowe.
7. Znaleźć wektor $\vec{r}$ o długości $3\sqrt{2}$, który tworzy kąt $\frac{\pi}{4}$ z osią Oy i $\frac{\pi}{2}$ z osią Oz.
8. Znaleźć dowolny wektor $\vec{u}$, który z wektorami $\vec{a} = (1, 2, 3)$ i $\vec{b} = (6, -4, 2)$ tworzy jednakowe kąty i leży w płaszczyźnie wyznaczonej przez te wektory.

9. Dane są punkty $A(1,3,-2)$, $B(-5,2,1)$, $C(7,2,-6)$. Na płaszczyźnie Oxy znaleźć punkt D taki, aby wektor $\overrightarrow{CD}$ był równoległy do $\overrightarrow{AB}$.

10. Określ prawdziwość zdań:

    - Jeżeli $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, to $\vec{a} = \pm\vec{b}$.
    - Wektor wodzący punktu P to wektor zaczepiony w początku układu współrzędnych.
    - Jeżeli $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, to $\vec{a} \perp \vec{b}$.

11. Uzupełnij zdanie: wektor $\vec{a} + \vec{b}$ jest dwusieczną kąta pomiędzy wektorami $\vec{a}$ i $\vec{b}$, jeżeli ....

Bibliografia

1. *Geometria analityczna* F. Leja

2. *Algebra i geometria analityczna* T. Jurlewicz, Z. Skoczylas