

# ELEMENTY TEORII GIER I MODELI EKONOMETRYCZNYCH

---

Aleksandra Rzewuska  
Kryminologia stosowana



# GRY Z NATURĄ- POJĘCIA WSTĘPNE

---

**Gry z naturą** to gry dwuosobowe. Przeciwnikiem jest natura, która nie jest zainteresowana wynikiem gry, a więc grę rozwiązuje się tylko z punktu widzenia jednego z graczy. Podejmujący decyzje musi zdecydować się na wybór reguły, są one bowiem oparte na różnych założeniach i dają różne wyniki. Optymalną strategię można wybrać stosując jedną z kilku alternatywnych reguł decyzyjnych



---

Istnieje kilka sposobów wyboru optymalnej strategii w grach z naturą:

1. kryterium optymisty,
2. kryterium pesymisty (Walda , maksyminowe)
3. kryterium Hurwicza,
4. kryterium Bayes'a,
5. Kryterium Bayesa- Laplace'a
6. kryterium Savage'a.

# KRYTERIUM OPTYMISTY

Zakłada, że wystąpi najlepszy z możliwych stanów natury (jesteśmy optymistami). Wybór decyzji polega na określeniu najlepszej wartości w każdym wierszu macierzy, a następnie wybieramy tę decyzję (zboże), z którą jest związana największa wartość z wcześniej określonych, tzn. wybieramy taką decyzję  $* o i$ , dla której zachodzi:

$$v = \max_i \left\{ \max_j a_{ij} \right\}$$



# KRYTERIUM PESYMISTY( WALDA)

Jest kryterium ostrożnym. Zakłada ono, że zajdzie sytuacja najmniej korzystna dla podejmującego decyzję (jesteśmy pesymistami). Dlatego dla każdej strategii (każdego wiersza) macierzy wypłat należy określić najmniejszą wartość (związaną z najbardziej niekorzystną sytuacją) dla której ta minimalna wartość jest największa, tzn. wybieramy taką decyzję  $p_i$ , dla której zachodzi:

$$v = \max_i \left\{ \min_j a_{ij} \right\}$$

# KRYTERIUM HURWICZA

Punktem wyjścia kryterium Hurwicza jest wybór współczynnika ostrożności  $\gamma$ . Dla każdej strategii należy obliczyć przeciętną wygraną według wzoru:

$$v_i(\gamma) = \gamma \min_j(a_{ij}) + (1 - \gamma) \max_j(a_{ij})$$

a następnie wybrać tę strategię, dla której  $v_i(\gamma)$  przyjmuje wartość maksymalną



# KRYTERIUM BAYES'A

Według kryterium Bayesa najlepsza jest strategia, która daje największą przeciętną wygraną obliczaną dla każdej strategii (przy założeniu, że wszystkie stany natury są jednakowo prawdopodobne) jako zwykłą średnią arytmetyczną według wzoru ( $n$  – liczba stanów natury):

$$v_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

# KRYTERIUM BAYESA-LAPLACE'A

Jeżeli znane są prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów natury:  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , to dla każdej strategii oblicza się wartość oczekiwaną wypłaty i wybiera się strategię, która gwarantuje największą oczekiwaną wypłatę

$$v_i = \sum_{j=1}^n p_j a_{ij}$$



# KRYTERIUM SAVAGE'A

Spełnia postulat minimalizacji oczekiwanych strat wynikłych z podjęcia przez nas decyzji gorszej niż najlepsza możliwa dla danego stanu natury (z punktu widzenia podejmującego decyzję). Należy wybrać tę strategię, dla której strata relatywna jest najmniejsza.

Pierwszym etapem jest znalezienie macierzy strat relatywnych. Strata jest różnicą między największą wygraną możliwą dla danego stanu natury a wygraną odpowiadającą podjętej decyzji. Dla każdej kolumny macierzy wypłat (każdego stanu natury) straty relatywne oblicza się według wzoru:

$$\alpha_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$$

Następnie dla każdej strategii należy określić maksymalną stratę i wybrać strategię, dla której maksymalna strata będzie najmniejsza, czyli:

$$v = \min_i \left\{ \max_j \alpha_{ij} \right\}$$

# BIBLIOGRAFIA

[https://wzr.ug.edu.pl/marta\\_chylinska/upload/files/Gry%20z%20natur%C3%A1%20-%20teoria.pdf](https://wzr.ug.edu.pl/marta_chylinska/upload/files/Gry%20z%20natur%C3%A1%20-%20teoria.pdf)

[http://tarapata.strefa.pl/p\\_modelowanie\\_matematyczne/download/MODELOWANIE%20MATEMATYCZNE\\_nowe%20-%20cz.5.pdf](http://tarapata.strefa.pl/p_modelowanie_matematyczne/download/MODELOWANIE%20MATEMATYCZNE_nowe%20-%20cz.5.pdf)