

KINGA CENIUK  
KRYMINOLOGIA STOSOWANA  
2020/2021



GRY  
Z  
NATURA



**Grą z naturą** nazywamy problem decyzyjny, w którym przeciwnikiem jest natura, czyli gracz niezainteresowany wynikiem gry. Taką grę rozwiązuje się tylko z punktu widzenia jednego gracza. Istnieje kilka kryteriów decyzyjnych. Opierają się one na różnych założeniach, więc mogą dawać różne wyniki.

# Kryterium pesymisty (Walda, maksyminowe)

To kryterium zakłada, że zajdzie sytuacja najmniej korzystna, dlatego dla każdej strategii należy określić najmniejszą możliwą wartość wypłaty, a następnie wybrać strategię, która gwarantuje największą z tych najmniejszych wypłat, czyli:

$$v = \max_i \{ \min_j a_{ij} \}.$$

# Kryterium optymisty

To kryterium zakłada, że zajdzie sytuacja najbardziej korzystna, dlatego dla każdej strategii należy określić największą możliwą wartość wypłaty, a następnie wybrać strategię, która gwarantuje największą z tych największych wypłat, czyli:

$$v = \max_i \{ \max_j a_{ij} \}.$$

# Kryterium Hurwicza

W tym kryterium należy określić współczynnik ostrożności  $\gamma \in [0; 1]$ , a następnie obliczyć dla każdej strategii przeciętną wartość wygranej według wzoru:

$$v_i(\gamma) = \gamma \min_j(a_{ij}) + (1 - \gamma) \max_j(a_{ij}).$$

Ostatecznie, należy wybrać tę strategię, dla której  $v_i(\gamma)$  przyjmuje największą wartość. Dla  $\gamma = 1$  kryterium Hurwicza pokrywa się z kryterium pesymisty, a dla  $\gamma = 0$  z kryterium optymisty.

# Kryterium Bayesa

W tym kryterium zakłada się, że wszystkie stany natury są jednakowo prawdopodobne i dla każdej strategii oblicza się średnią wygraną:

$$v_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij},$$

gdzie  $n$  oznacza liczbę stanów natury. Ostatecznie, wybiera się strategię, która gwarantuje największą średnią wypłatę.

# Kryterium Bayesa-Laplace'a

Jeżeli znane są prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów natury:  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , to dla każdej strategii oblicza się wartość oczekiwaną wypłaty:

$$v_i = \sum_{j=1}^n p_j a_{ij}$$

i wybiera się strategię, która gwarantuje największą oczekiwaną wypłatę.

# Kryterium Savage'a

Polega na tym, że minimalizuje się oczekiwane straty wynikłe z podjęcia decyzji gorszej niż najlepsza możliwa dla danego stanu natury. Jest to kryterium dwuetapowe.



# I ETAP

## znalezienie macierzy strat relatywnych

Strata relatywna, to różnica między największą możliwą wygraną dla danego stanu natury, a wygraną odpowiadającą podjętej decyzji:

$$\alpha_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}.$$

# II ETAP

okreslenie maksymalnej straty dla kazdej strategii

Należy wybrać strategię, dla której maksymalna strata jest najmniejsza, czyli:

$$v = \min_i \{ \max_j a_{ij} \}.$$