



TEORIA GIER GRY Z NATURĄ



Czym są gry z naturą?

Gry z naturą to gry dwuosobowe. **Przeciwnikiem jest natura** określana jako “przeciwnik nierozumny”, która nie jest zainteresowana wynikiem gry, a więc grę rozwiązuje się tylko z punktu widzenia jednego z graczy.

Podjmujący decyzje musi zdecydować się na wybór reguły, są one bowiem oparte na różnych założeniach i dają różne wyniki. Optymalną strategię można wybrać stosując jedną z kilku alternatywnych reguł decyzyjnych przedstawionych na kolejnych slajdach.



Kryterium optymisty

Zakłada ono, że wystąpi najlepszy z możliwych stanów natury. Wybór decyzji polega na określeniu najlepszej wartości w każdym wierszu tabeli, a następnie wybieramy tę decyzję, z którą jest związana największa wartość z wcześniej określonych.

Inaczej mówiąc polega na określeniu dla każdej strategii maksymalnej wygranej i wyborze strategii, dla której ta maksymalna jest największa, czyli:

$$v = \max_i \{ \max_j a_{ij} \}$$



Kryterium Walda

Jest to **kryterium ostrożne** (zakłada, że zajdzie sytuacja najmniej korzystna dla podejmujących decyzję). Dlatego dla tej strategii (każdego wiersza macierzy wypłat) należy określić najmniejszą wartość (minimalną wygraną), a następnie wybrać strategię, dla której minimalna wygrana jest największa, czyli:

$$v = \max_i \left\{ \min_j a_{ij} \right\}$$



Kryterium Hurwicza

Pozwala badać najlepszą decyzję zależnie od przyjętego współczynnika ostrożności. Dla każdej strategii należy obliczyć przeciętną wygraną według wzoru:

$$v_i(\gamma) = \gamma \min_j(a_{ij}) + (1 - \gamma) \max_j(a_{ij})$$

gdzie

$$\gamma (0 \leq \gamma \leq 1)$$



Kryterium Bayesa

Według tego kryterium najlepsza jest strategia, która daje największą przeciętną wygraną obliczaną dla każdej strategii (przy założeniu, że wszystkie stany natury są jednakowo prawdopodobne) jako zwykłą średnią arytmetyczną według wzoru:

$$v_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

n – liczba stanów natury



Kryterium Savage'a

Kryterium Savage'a spełnia postulat minimalizacji oczekiwanych strat wynikłych z podjęcia przez nas decyzji gorszej niż najlepsza możliwa dla danego stanu natury (z punktu widzenia podejmującego decyzję). Należy wybrać tę strategię, dla której strata relatywna jest najmniejsza. Pierwszym etapem jest znalezienie macierzy strat relatywnych. Strata jest różnicą między największą wygraną możliwą dla danego stanu natury a wygraną odpowiadającą podjętej decyzji. Dla każdej kolumny macierzy wypłat (każdego stanu natury) straty relatywne oblicza się według wzoru:

$$\alpha_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$$

Następnie dla każdej strategii należy określić maksymalną stratę i wybrać strategię, dla której maksymalna strata będzie najmniejsza, czyli:

$$v = \min_i \left\{ \max_j \alpha_{ij} \right\}$$

Przykład

Rolnik ma wybrać jeden z trzech możliwych terminów siewów (A,B,C). Plony z 1 ha w zależności od przyszłego możliwego stanu pogody (I,II,III,IV) oraz terminu siewu podano w tabeli poniżej. Który z terminów siewu powinien wybrać rolnik?

	Pogoda			
Termin siewu	I	II	III	IV
A	26	15	33	16
B	14	25	22	13
C	32	20	11	19

$$\max a_{1j} = 33$$

$$\max a_{2j} = 25$$

$$\max a_{3j} = 32$$

$$\max \{33, 25, 32\} = 33 \Rightarrow \text{termin A}$$



Kryterium optymisty

najkorzystniejsze terminy
siewu wg kryteriów

Kryterium Bayesa'a



$$V_1 = \frac{1}{3}(26 + 15 + 33 + 16) = 30 \Rightarrow \text{termin A}$$

$$V_2 = \frac{1}{3}(14 + 25 + 22 + 13) = 24,7$$

$$V_3 = \frac{1}{3}(32 + 20 + 11 + 19) = 27,3$$

Kryterium Hurwicza



najkorzystniejszy
termin siewu wg
kryterium

założenie $\gamma = 0,4$

$$V_{1j} = 0,4 \cdot \min \{26, 15, 33, 16\} + 0,6 \cdot \max \{26, 15, 33, 16\} = 0,4 \cdot 15 + 0,6 \cdot 33 = 6 + 19,8 = 25,8 \Rightarrow \text{termin A}$$

$$V_{2j} = 0,4 \cdot \min \{14, 25, 22, 13\} + 0,6 \cdot \max \{14, 25, 22, 13\} = 0,4 \cdot 13 + 0,6 \cdot 25 = 5,2 + 15 = 20,2$$

$$V_{3j} = 0,4 \cdot \min \{32, 20, 11, 19\} + 0,6 \cdot \max \{32, 20, 11, 19\} = 0,4 \cdot 11 + 0,6 \cdot 32 = 4,4 + 19,2 = 23,6$$

Bibliografia

- ★ https://wzr.ug.edu.pl/marta_chylinska/upload/files/Gry%20z%20natur%C4%85%20-%20teoria.pdf
- ★ https://analizafinansowa.pl/controlling/analiza-decyzji-finansowych-za-pomoca-gier-z-natura-case-study-2894.html#JAK_ZASTOSOWA%C4%86_KRYTERIUM_SAVAGEA
- ★ <https://docplayer.pl/15927320-Gry-z-natura-1-przyklad.html>

Dziękuję za uwagę!

Kryminologia stosowana, studia stacjonarne I stopnia
Klaudia Piotrowska