

Modele ekonometryczne – regresja liniowa



Modele ekonometryczne



Modele ekonometryczne to modele opisujące wzajemne zależności między badanymi cechami, które umożliwiają lepsze zrozumienie mechanizmów rządzących analizowanym fragmentem rzeczywistości, a także przewidywanie zachowania modelowanych procesów.

Ekonometria jest stosowana dziś w wielu dziedzinach, takich jak ekonomia, medycyna, meteorologia, finanse czy technika. Rozwój informatyki umożliwia analizowanie nawet bardzo złożonych wycinków rzeczywistości. Modelowanie ekonometryczne wymaga od ekonometryka uwzględnienia specyfiki analizowanego problemu.

Regresja / model regresyjny



Regresja, model regresyjny jest jedną z najbardziej popularnych metod analizy danych statystycznych. Główną ideą regresji jest przewidywanie, prognozowanie danych dla pewnej zmiennej na podstawie innych zmiennych. Innymi słowy, jaką wartość przyjmie dana zmienna gdy będziemy znali wartość innej zmiennej. Oczywiście, aby móc "poszukiwać" wartości jednej zmiennej na podstawie innej zmiennej musimy za pomocą analizy regresji skonstruować model regresyjny, model, który będzie z założonym błędem statystycznym przewidywał wartość, poziom danej cechy.



Przykłady regresji



- **Przykład1:**

Badacz na podstawie zebranych danych skonstruował za pomocą analizy regresji model regresyjny, w którym wykazał zależność liniową pomiędzy poziomem inteligencji uczniów a ich uzyskiwanymi stopniami z matematyki. Dzięki temu, znając poziom inteligencji danego ucznia może on przewidywać, prognozować (z pewnym błędem) jego stopnie z matematyki.

- **Przykład2:**

Ekonomista na podstawie wieloletnich badań stwierdził, że na podstawie wielkości inflacji można prognozować wielkość stopy bezrobocia. Przeprowadził analizę regresji i wyprowadził model regresyjny. Dzięki tej analizie w przyszłości na podstawie wielkości inflacji mógł prognozować wielkość stopy bezrobocia (z założonym błędem).



Regresja liniowa



Jest najprostszym wariantem regresji w statystyce. Zakłada ona, że zależność pomiędzy zmienną objaśnianą a objaśniająca jest zależnością liniową. Tak jak w analizie korelacji, jeżeli jedna wartość wzrasta to druga wzrasta (dodatnia korelacji) lub spada (korelacja ujemna). W regresji liniowej zakłada się, że wzrostowi jednej zmiennej (predyktor, predyktory) towarzyszy wzrost lub spadek na drugiej zmiennej. Co więcej, nazwa regresji liniowej odnosi się, że funkcja regresji przyjmuje postać funkcji liniowej, czyli **$y = bx+a$**

Przykład regresji liniowej



Analiza regresji liniowej ma na celu wyliczenie takich współczynników regresji (współczynników w modelu liniowym), aby model jak najlepiej przewidywał wartość zmiennej zależnej, aby błąd oszacowania był jak najmniejszy. Tak więc analiza regresji "dopasowuje" taką linię prostą do badanych (liniowa zależność), aby model był jak najlepszy (obarczony jak najmniejszym błędem losowym).

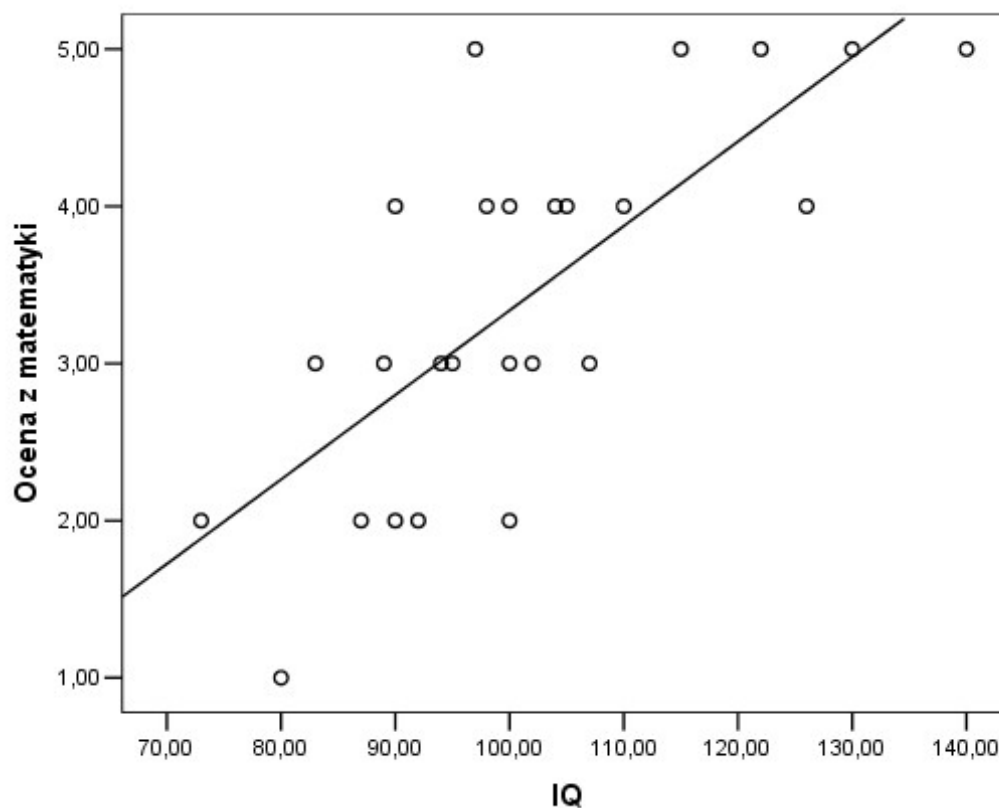


Przykład regresji liniowej



- **Przyjrzyjmy się poniższemu przykładowi:**

Badacz badał związek pomiędzy poziomem inteligencji uczniów a ich ocenami uzyskiwanymi na koniec roku z matematyki. Na wykresie rozrzutu poniżej przedstawiono uzyskane wyniki.



Podsumowanie przykładu regresji



- Jak można zauważyć, zależność pomiędzy IQ a ocenami z matematyki jest liniowa, im wyższy poziom IQ tym lepsze oceny z matematyki. Oczywiście zależność ta nie jest idealna, nie zawsze osoby, które mają niższy IQ mają gorsze oceny od osób, które mają wyższe IQ, co widać na wykresie.



Jak wyznaczyć linię regresji?



Aby wyznaczyć linię regresji, a tym samym wzór modelu regresji liniowej należy obliczyć współczynniki linii prostej, a i b . W tym celu wykorzystuje się metodę najmniejszych kwadratów błędu. Nie wchodząc tutaj w szczegóły obliczeniowe metoda ta dostarcza nam takich współczynników a i b , które powodują, że linia regresji jest najlepiej dopasowana do zebranych danych.

Wracając do wzoru na linię prostą, analiza regresji oblicza współczynnik b , zwany współczynnikiem regresji oraz wartość a , zwany wyrazem wolnym.

Wzór na linię regresji



$$Y = b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n + a, \text{ gdzie:}$$

b_1, b_2, b_n są współczynnikami regresji
wyliczonymi dla poszczególnych predyktorów w
modelu

x_1, x_2, x_n są wartościami predyktorów

y to zmienna objaśniana, zmienna zależna

a to wyraz wolny

Prosta regresji



Oszacowania parametrów a i b uzyskane metodą najmniejszych kwadratów mają postać:

$$\hat{a} = \frac{y_1(x_1 - \bar{x}) + y_2(x_2 - \bar{x}) + \dots + y_n(x_n - \bar{x})}{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}, \quad \hat{b} = \bar{y} - \bar{x}\hat{a},$$

- gdzie $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ i $\bar{y} = \frac{1}{n}(y_1 + y_2 + \dots + y_n)$ są średnimi arytmetycznymi z obserwacji zmiennych x i y , odpowiednio. Otrzymujemy zatem prostą postaci $y = \hat{a}x + \hat{b}$ zwaną prostą regresji opisującą zależność między zmiennymi x i y . Współczynnik kierunkowy \hat{a} nazywamy współczynnikiem regresji liniowej.

Jaki jest cel regresji liniowej?



Zbudować model liniowy, który minimalizuje sumę kwadratów reszt (SSE).

- *Jak osiągnąć ten cel?*

Wprowadzić do modelu zmienną niezależną i dopasować do danych taką prostą, która będzie minimalizować powyższą sumę kwadratów reszt.



Przypadek dwóch zmiennych



- wartość jednej zmiennej jest funkcją drugiej zmiennej
- zmienna y jest funkcją zmiennej x : $y=f(x)$
- zmienna zależna jest funkcją zmiennej niezależnej

W regresji liniowej chcemy dopasować prostą do danych w taki sposób, żeby zminimalizować sumę kwadratów reszt.



PROSTA



$$Y = aX + b$$

x – zmienna losowa

a – współczynnik kierunkowy prostej

b – rzędna punktu przecięcia prostej z osią OY

Współczynnik kierunkowy prostej – stosunek przyrostu wartości funkcji do przyrostu argumentu.

Początki ekonometrii



Metody sformalizowane towarzyszyły ekonomii od samego jej początku. Jednakże wraz ze wzrostem stopnia skomplikowania procesów gospodarczych narastało zapotrzebowanie na zobiektywizowanie badań oraz wnioskowania w tej dziedzinie. Zaczęto więc stosować szerzej dorobek matematyki i statystyki do wyjaśniania zjawisk ekonomicznych. Termin ekonometria został po raz pierwszy użyty przez Pawła Ciompe, polskiego ekonomistę, który wykładał w Wyższej Szkole Handlowej w Krakowie. W 1910 zdefiniował i wprowadził pojęcie ekonometria, w tym samym roku napisał pracę Zarys ekonometrii i teoria buchalterii zamieszczoną w "Roczniku Asekuracyjno-Ekonomicznym" nr 19 we Lwowie. Jednakże współczesna ekonometria rozwinęła się dopiero w latach 30. XX w. Za ojców ekonometrii uważa się pierwszych laureatów Nagrody im. Alfreda Nobla w dziedzinie ekonomii: Ragnara Frischa oraz Jana Tinbergena, a także amerykańskiego ekonomistę Henry'ego Ludwella Moore'a.

Bibliografia



- https://www.naukowiec.org/wiedza/statystyka/egresja-liniowa_765.html
- http://zsi.tech.us.edu.pl/~nowak/smad/SMAD_w3.pdf
- https://dbc.wroc.pl/Content/2182/PDF/Gladysz_modelowanie_ekonometryczne.pdf
- file:///C:/Users/CP24/AppData/Local/Temp/foe205_Krzysztof_Jajuga_81_88.pdf