

ELEMENTY TEORII GIER

—
DEFINICJE I
TWIERDZENIA

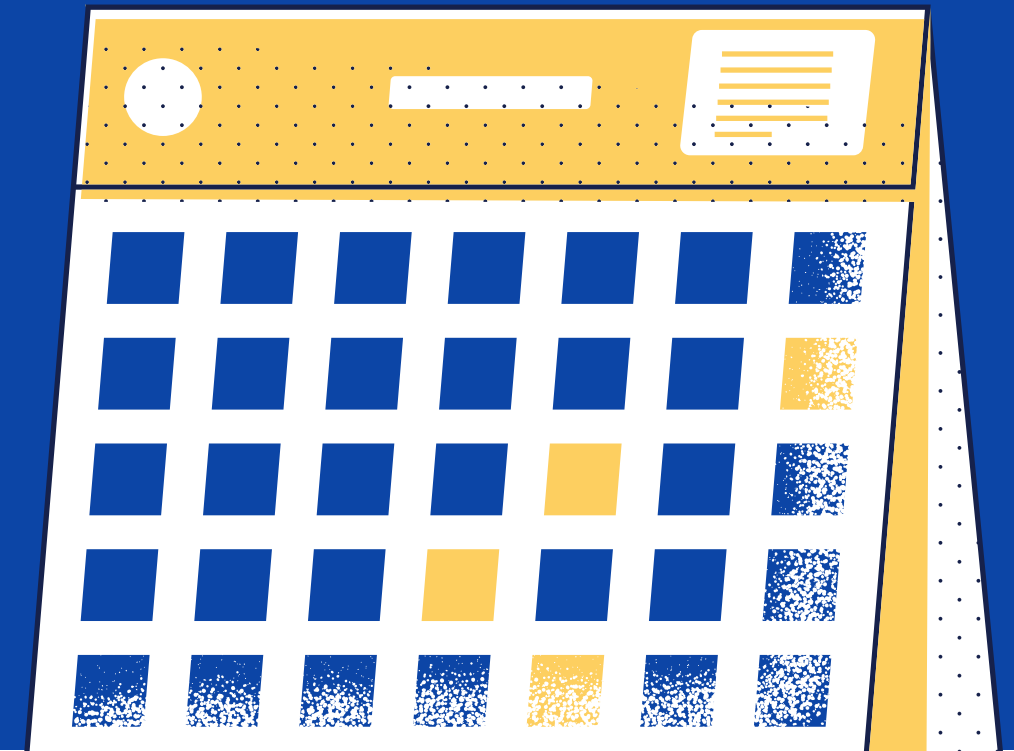




WPROWADZENIE

TEORIA GIER JEST DZIEDZINĄ ZAJMUJĄCĄ SIĘ
OPISEM RÓŻNYCH SYTUACJI,
W KTÓRYCH UCZESTNICZĄ PODMIOTY ŚWIADOMIE
PODEJMUJĄCE PEWNE
DECYZJE, W WYNIKU KTÓRYCH NASTĘPUJĄ
ROZSTRZYGNIĘCIA MOGĄCE
ZMIENIĆ ICH POŁOŻENIE. TEORIA GIER ZAJMUJE SIĘ
PRZEDE WSZYSTKIM
SYTUACJAMI KONFLIKTOWYMI, ALE RÓWNIEŻ
SYTUACJAMI, W KTÓRYCH
INTERESY GRACZY SĄ ZGODNE, ALE ZE WZGLĘDU
NA KŁOPOTY W
POROZUMIEWANIU SIĘ TRUDNO IM USTALIĆ
JEDNOLITY SPOSÓB
POSTĘPOWANIA

ELEMENTY GRY



GRACZE

GRACZY MUSI BYĆ CO NAJMNIEJ DWÓCH.

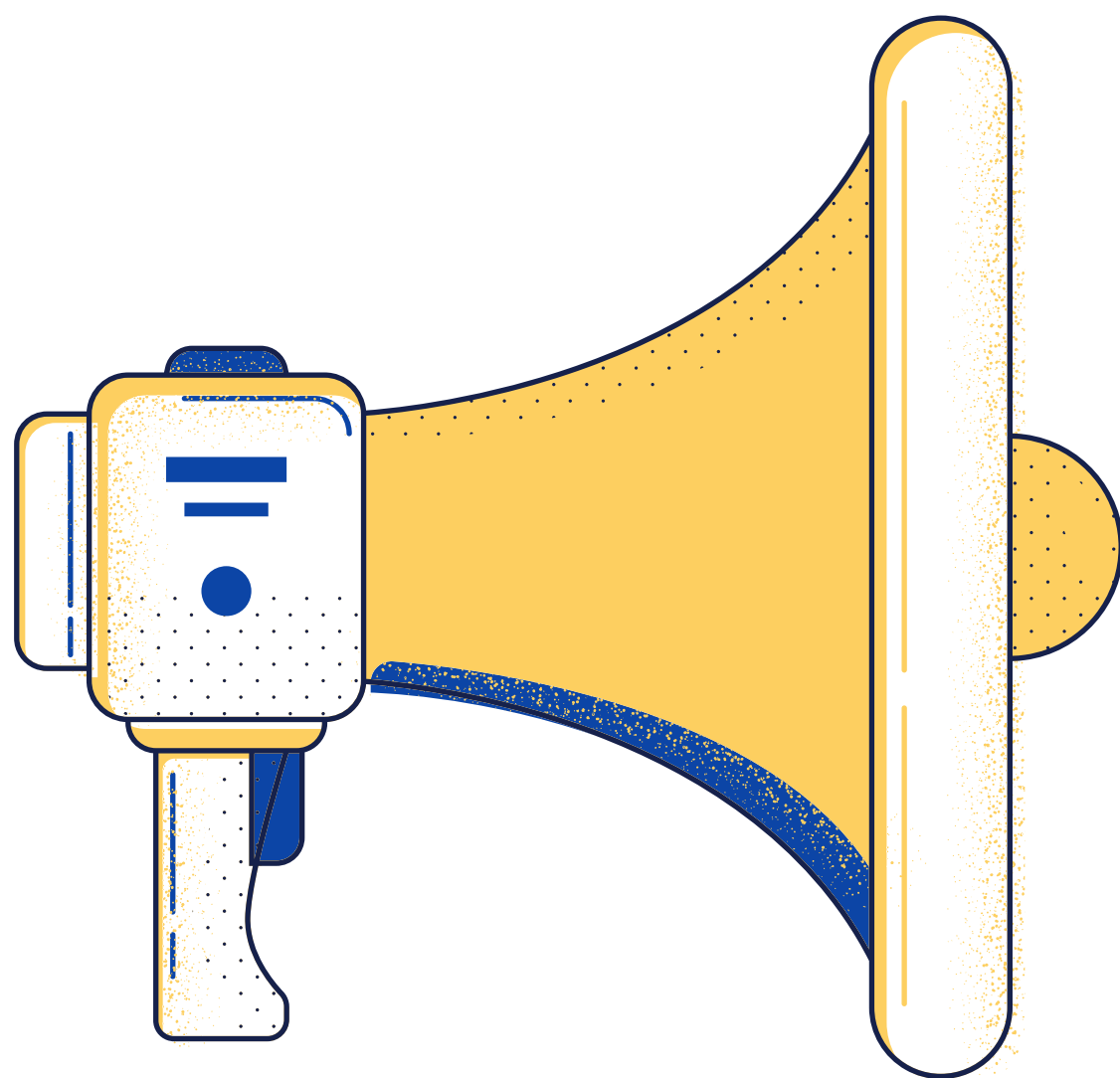
GRACZAMI MOGĄ BYĆ OSOBY, PRZEDSIĘBIORSTWA, KRAJE ITP.

STRATEGIE (MOŻLIWE SPOSOBY POSTĘPOWANIA GRACZY

STRATEGIA TO KOMPLETNY OPIS POSTĘPOWANIA GRACZA W KAŻDEJ SYTUACJI, W JAKIEJ MOŻE SIĘ ZNALEŹĆ.

WYPŁATY

WSZYSTKIM STRATEGIOM SĄ PRZYPISANE ODPOWIEDNIE WYPŁATY DLA POSZCZEGÓLNYCH GRACZY. WYPŁATY MOGĄ MIEĆ RÓŻNĄ POSTAĆ: PIENIĘŻNĄ I NIEPIENIĘŻNĄ



**KAŻDY GRACZ CHCE JAK NAJLEPIEJ
DLA SIEBIE, CZYLI MAKSYMALIZUJE
SWOJE ZYSKI LUB MINIMALIZUJE
STRATY. (ZYSKI I STRATY NIE MUSZĄ
OCZYWIŚCIE PRZYBIERAĆ POSTACI
PIENIĘŻNEJ SĄ TO PEWNE
WARTOŚCI
FUNKCJI UŻYTECZNOŚCI OBU
GRACZY).**

RODZAJE GIER

WIELOETAPOWE



JEDNOETAPOWE

Z 2 GRACZY



Z 3 GRACZY

**Z PEŁNĄ
INFORMACJĄ**



**Z NIEPEŁNĄ
INFORMACJĄ**

**Z KOMPLETNA
PAMIĘCIĄ**



**Z NIEKOMPLETNA
PAMIĘCIĄ**

JEDNORAZOWE



POWTARZALNE

GRY JEDNOETAPOWE



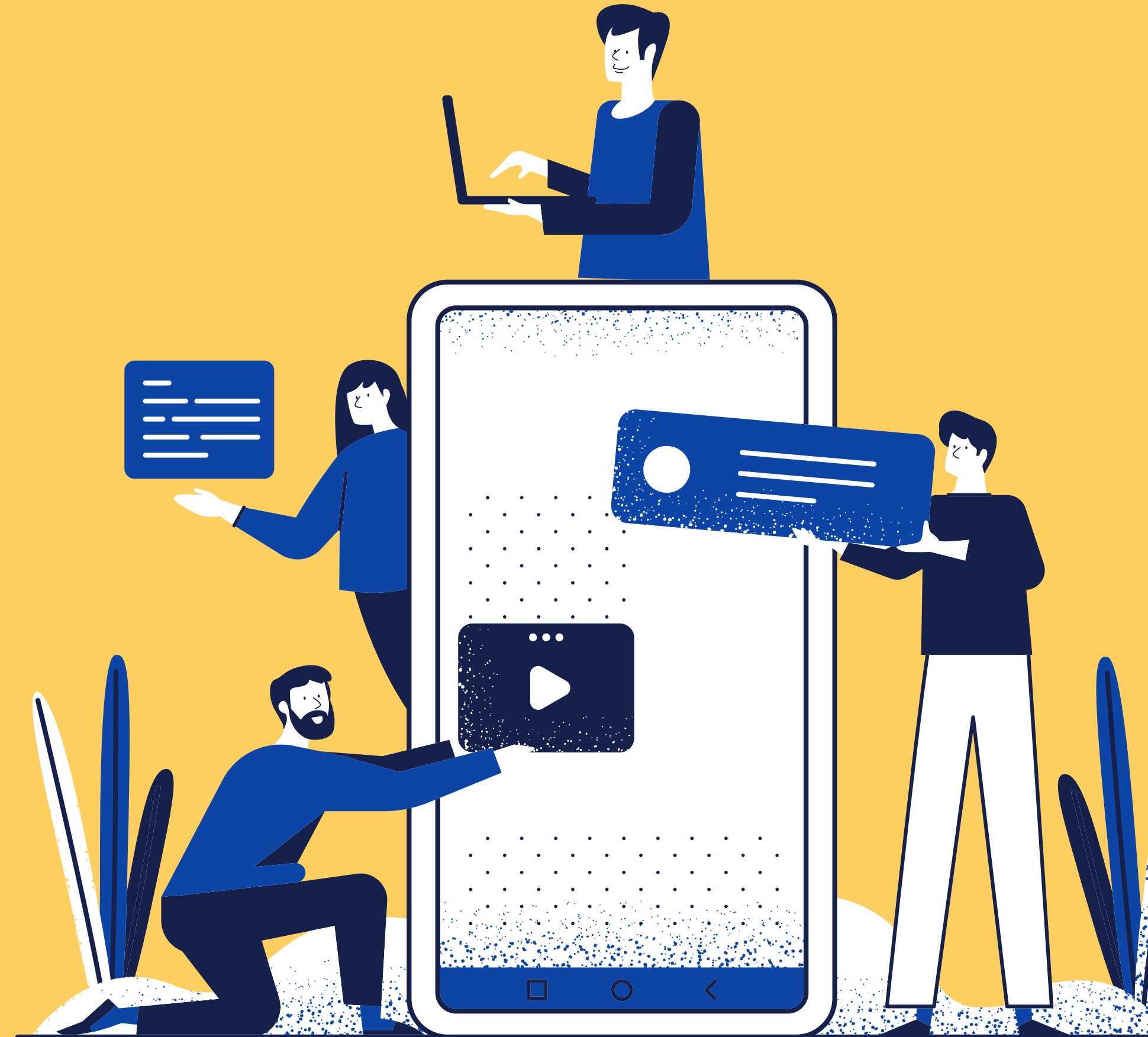
W GRACH JEDNOETAPOWYCH
GRACZE PODEJMUJĄ DECYZJE
JEDNOCZEŚNIE
(W TYM SAMYM MOMENCIE) TAK
JAK NP. W GRZE W MARYNARZA.

GRY
JEDNOETAPOWE TO
JEDNOCZEŚNIE GRY Z NIEPEŁNĄ
INFORMACJĄ KAŻDY
GRACZ PODEJMUJE DECYZJĘ NIE
ZNAJĄC DECYZJI PODJĘTYCH
PRZEZ
POZOSTAŁYCH GRACZY.

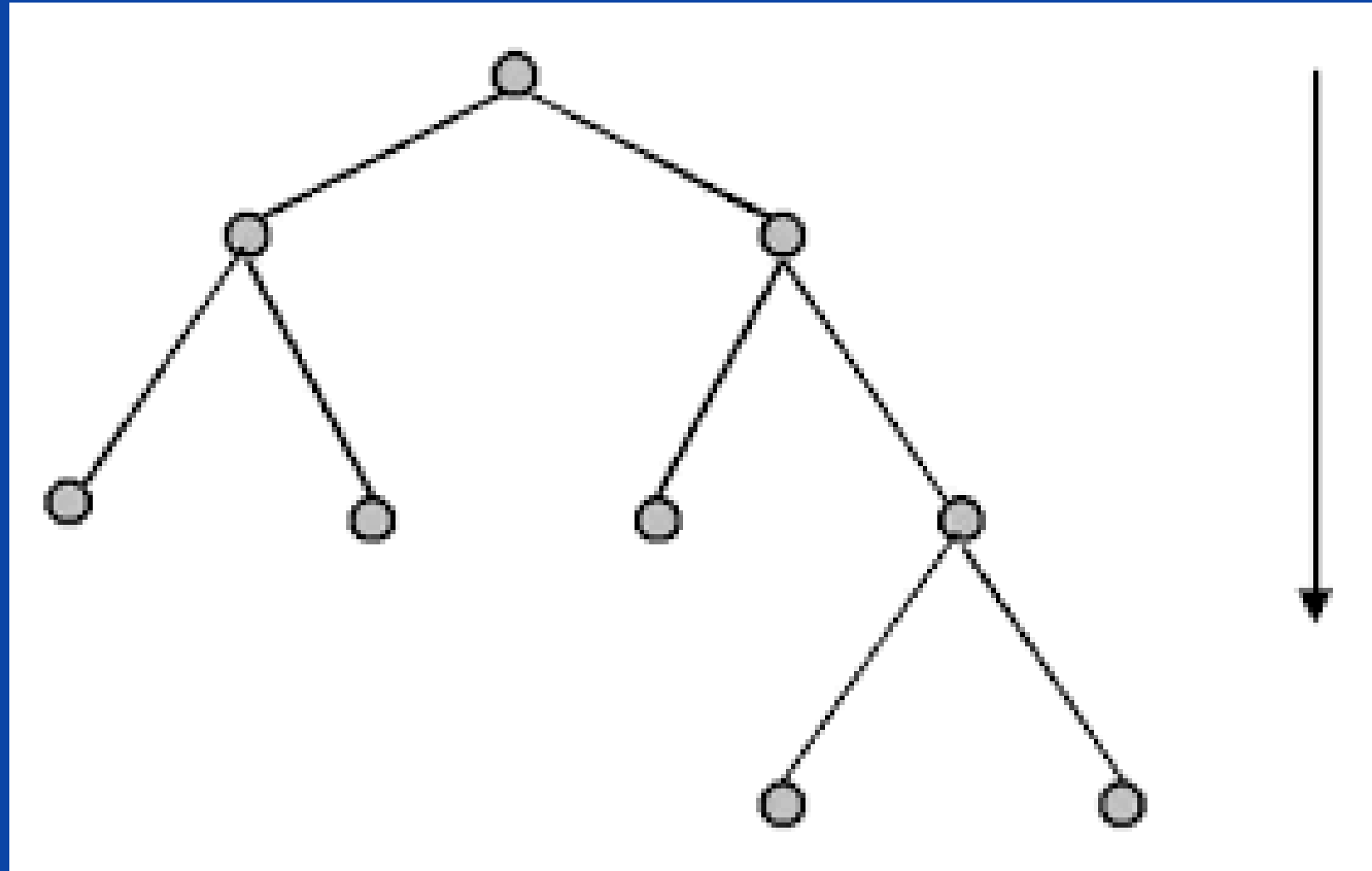
ILUSTRACJA GRY:

**GRY GRAFICZNIE MOŻNA
PRZEDSTAWIAĆ W DWÓCH
POSTACIACH:**

- W POSTACI ROZWINIĘTEJ
(EKSTENSYWNEJ),**
- W POSTACI NORMALNEJ
(STRATEGICZNEJ).**



POSTAĆ ROZWINIĘTA (EKSTENSYWNA)



**Postacią rozwiniętą
(ekstensywną) gry jest
drzewo.**

**Przy grach jednoetapowych nie ma
znaczenia, który gracz będzie
graczem 1, a który graczem 2.
Gdybyśmy skonstruowali
drzewo, na którym graczem 1 byłby
Pacek, a graczem 2 Wacek,
wyniki uzyskalibyśmy takie same.**

POSTAĆ NORMALNA (STRATEGICZNA)

POSTACIĄ NORMALNĄ (STRATEGICZNĄ) GRY JEST TABELKA.

W ŚRODKU TABELKI PODANE SĄ
WYPŁATY OBU GRACZY
ODPOWIADAJĄCE
POSZCZEGÓLNYM STRATEGIOM. NA
PIERWSZYM MIEJSCU ZNAJDUJĄ SIĘ
WYPŁATY GRACZA 1, A NA DRUGIM
MIEJSCU ZNAJDUJĄ SIĘ WYPŁATY
GRACZA 2.

		Gracz B	
		Przyznać się	Nie przyznać się
Gracz A	Przyznać się	-3,-3	0,-6
	Nie przyznać się	-6,0	-1,-1



GRY WIELOETAPOWE

W GRACH WIELOETAPOWYCH GRACZE PODEJMUJĄ DECYZJE SEKWENCYJNIE (JEDNA PO DRUGIEJ). TAK JEST NP. W GRZE W SZACHY, KIEDY GRACZ 2 PODEJMUJE DECYZJĘ (WYKONUJE RUCH) PO GRACZU 1 I ODWROTNIE, GRACZ 1 PODEJMUJE KOLEJNĄ DECYZJĘ (WYKONUJE KOLEJNY RUCH) PO GRACZU 2.

JEŻELI W GRZE WIELOETAPOWEJ NIE MA SYTUACJI, ŻE GRACZ PODEJMUJE DECYZJĘ NIE ZNAJĄC DECYZJI INNYCH GRACZY (CHYBA ŻE INNI GRACZE PODEJMUJĄ DECYZJE PÓŹNIEJ), GRA TAKA JEST GRĄ Z PEŁNĄ INFORMACJĄ.



STRATEGIE DOMINUJĄCE I STRATEGIE ZDOMINOWANE

—

STRATEGIA DOMINUJĄCA TO
NAJLEPSZA ZE WSZYSTKICH
MOŻLIWYCH
STRATEGII, NIEZALEŻNIE OD
DECYZJI, JAKĄ PODEJMIE
DRUGI GRACZ.

—

STRATEGIA ZDOMINOWANA
TO TAKA STRATEGIA,
WZGLĘDEM KTÓREJ
ISTNIEJE(A) STRATEGIA(E),
KTÓRA(E) JEST(SA) ZAWSZE
LEPSZA(E),
NIEZALEŻNIE OD DECYZJI,
JAKĄ PODEJMIE DRUGI
GRACZ.

MOCNA DOMINACJA I SŁABA DOMINACJA

**STRATEGIE
DOMINUJĄCE**

```
graph TD; A[STRATEGIE DOMINUJĄCE] --> B[STRATEGIE MOCNO DOMINUJĄCE]; A --> C[STRATEGIE SŁABO DOMINUJĄCE];
```

**STRATEGIE MOCNO
DOMINUJĄCE**

**STRATEGIE SŁABO
DOMINUJĄCE**

**STRATEGIE
ZDOMINOWANE**

```
graph TD; A[STRATEGIE ZDOMINOWANE] --> B[STRATEGIE MOCNO ZDOMINOWANE]; A --> C[STRATEGIE SŁABO ZDOMINOWANE];
```

**STRATEGIE MOCNO
ZDOMINOWANE**

**STRATEGIE SŁABO
ZDOMINOWANE**

STRATEGIA SŁABODOMINUJĄCA
TO TAKA STRATEGIA, DLA KTÓREJ
NIE ISTNIEJE
STRATEGIA LEPSZA PRZY
DOWOLNEJ DECYZJI, JAKĄ
PODJAŁBY DRUGI GRACZ.

STRATEGIA
SŁABOZDOMINOWANA TO TAKA
STRATEGIA, DLA KTÓREJ
ISTNIEJE(A) STRATEGIA(E),
KTÓRA(E) JEST(SA) ZAWSZE
NIEGORSZA(E),
NIEZALEŻNIE OD DECYZJI, JAKĄ
PODEJMIE DRUGI GRACZ.





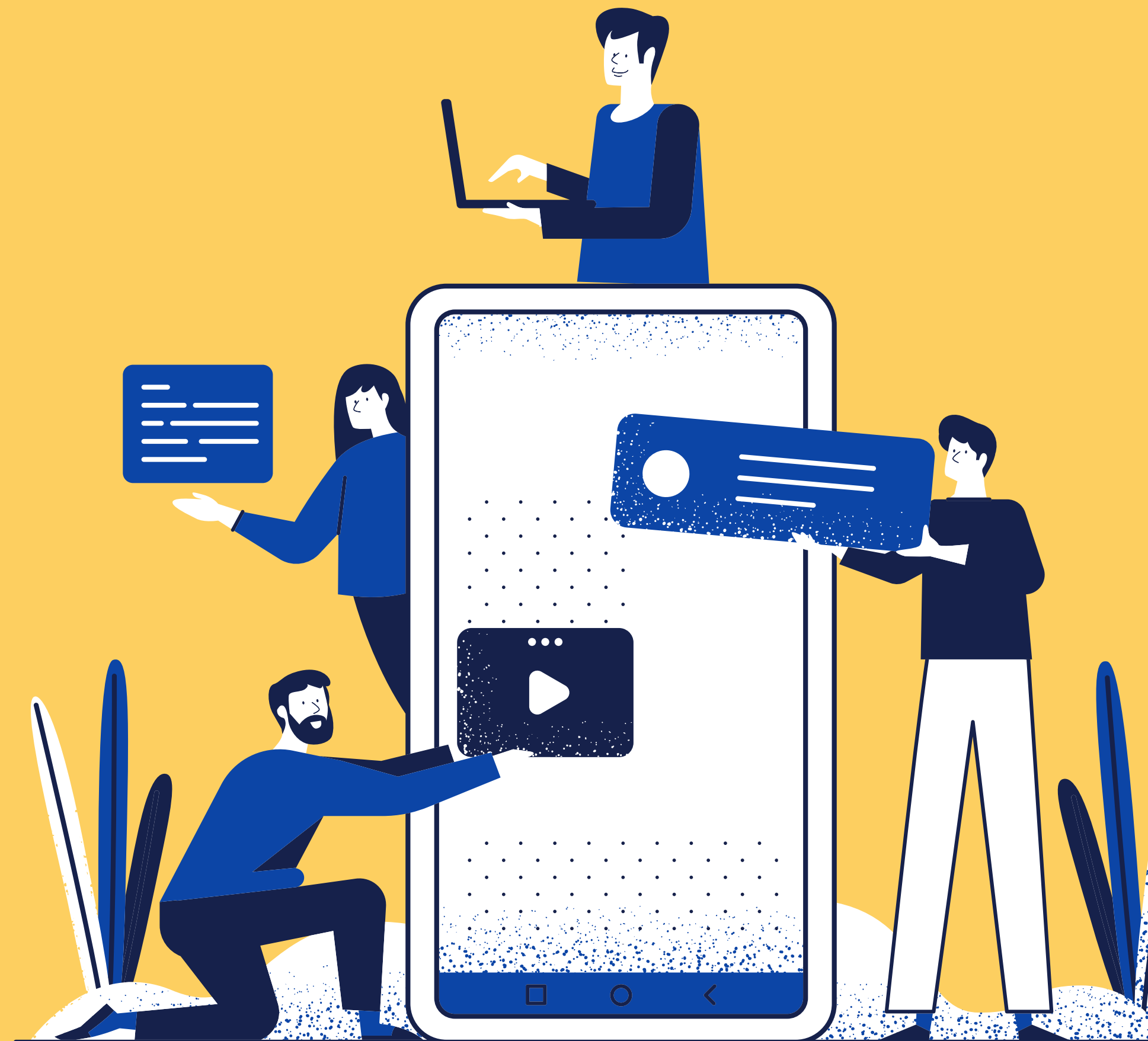
RÓWNOWAGA NASHA

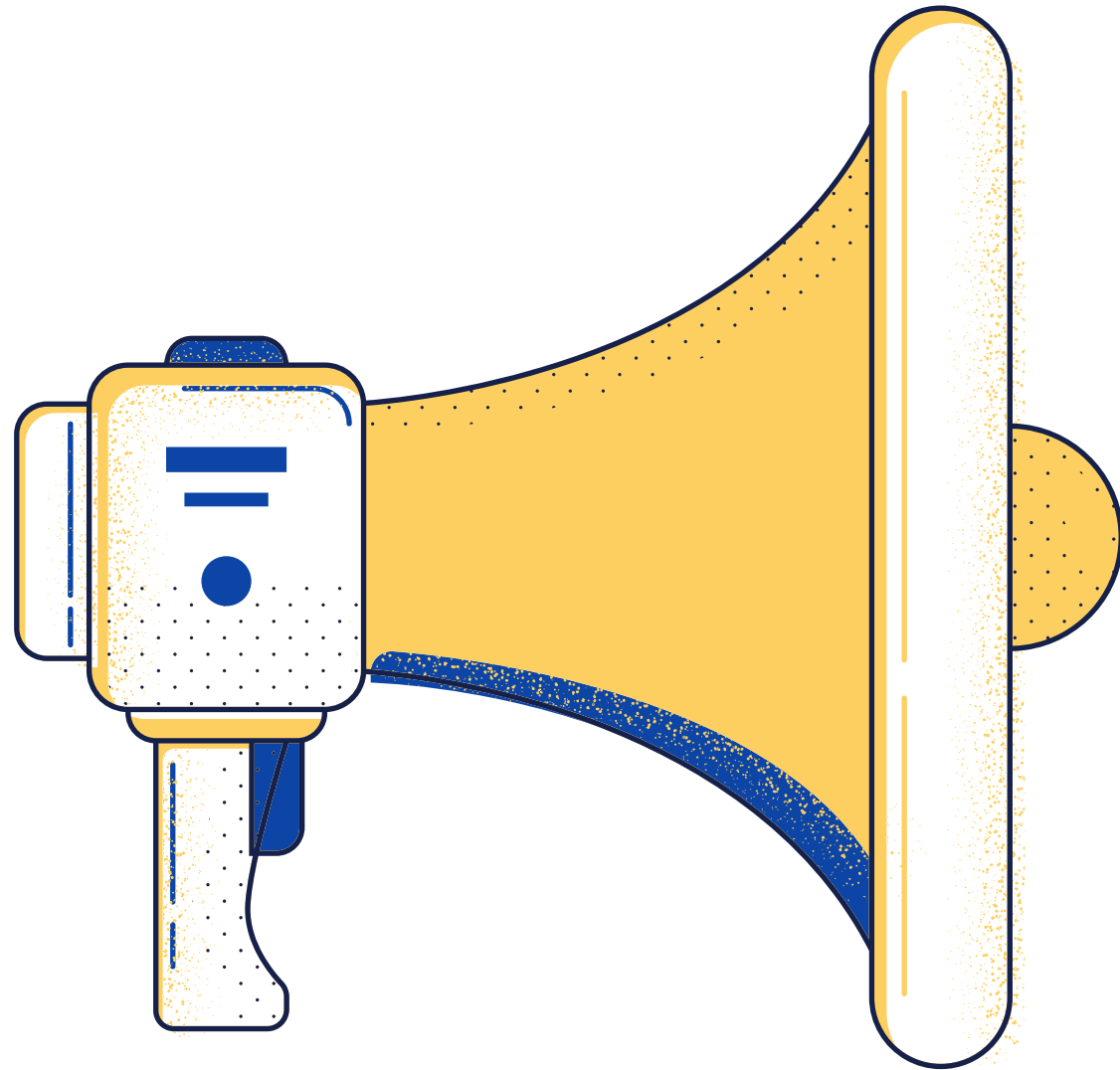
RÓWNOWAGA NASHA (ZWANA PO PROSTU RÓWNOWAGĄ) TO TAKIE PARY STRATEGII, KTÓRE SĄ NAJLEPSZYMİ ODPOWIEDZIAMI NA SIEBIE NAWZAJEM. GDY W GRZE ZOSTANIE OSIĄGNIĘTA RÓWNOWAGA NASHA, ŻADEN Z GRACZY NIE MOŻE POPRAWIĆ SWOJEGO WYNIKU POPRZECZ JEDNOSTRONNĄ ZMIANĘ WYBRANEJ STRATEGII. W JEDNEJ GRZE MOŻE BYĆ KILKA RÓWNOWAG NASHA.

GRY O SUMIE ZEROWEJ I GRY O STAŁEJ SUMIE

SZCZEGÓLNYM PRZYPADKIEM GIER O STAŁEJ SUMIE SĄ GRY O SUMIE ZEROWEJ, W KTÓRYCH SUMA WYPŁAT OBU GRACZY JEST RÓWNA ZERO.

GRY O SUMIE ZEROWEJ MOŻEMY TAKŻE ZAPISYWAĆ W TAKIEJ POSTACI, GDZIE W POSZCZEGÓLNYCH KOMORKACH TABELI BĘDZIE JEDNA LICZBA WYPŁATA GRACZA 1. WYPŁATA GRACZA 2 W TAKIM PRZYPADKU TO ZAWSZE PRZECIWIENSTWO WYPŁATY GRACZA 1.





GRY MACIERZOWE I GRY DWUMACIERZOWE

GRY DWUOSOBOWE O SUMIE ZEROWEJ (I O SKOŃCZONEJ LICZBIE STRATEGII KAŻDEGO GRACZA) NAZYWAMY GRAMI MACIERZOWYMI (W KAŻDEJ KOMÓRCE TABELI ZNAJDUJE SIĘ BOWIEM JEDNA LICZBA).
INNE DWUOSOBOWE GRY ZE SKOŃCZONĄ LICZBĄ STRATEGII KAŻDEGO GRACZA NAZYWAMY GRAMI DWUMACIERZOWYMI (W KAŻDEJ KOMÓRCE TABELI SĄ DWIE LICZBY, A MACIERZ, KTÓREJ ELEMENTEM SĄ PARY LICZB, TO WŁAŚCIWIE TO SAMO, CO PARA MACIERZY).

GRY Z NATURĄ

GRY Z NATURĄ TO GRY DWUOSOBOWE. PRZECIWNIKIEM JEST NATURA, KTÓRA NIE JEST ZAINTERESOWANA WYNIKIEM GRY, A WIĘC GRĘ ROZWIĄDUJE SIĘ TYLKO Z PUNKTU WIDZENIA JEDNEGO Z GRACZY. PODEJMUJĄCY DECYZJE MUSI ZDECYDOWAĆ SIĘ NA WYBÓR REGUŁY, SĄ ONE BOWIEM OPARTE NA RÓŻNYCH ZAŁOŻENIACH I DAJĄ RÓŻNE WYNIKI. OPTYMALNĄ STRATEGIĘ MOŻNA WYBRAĆ STOSUJĄC JEDNĄ Z KILKU ALTERNATYWNYCH REGUŁ DECYZYJNYCH:



KRYTERIUM WALDA

—

TO KRYTERIUM OSTROŻNE (ZAKŁADA, ŻE ZAJDZIE SYTUACJA NAJMNIEJ KORZYSTNA DLA PODEJMUJĄCYCH DECYZJĘ). DLATEGO DLA TEJ STRATEGII (KAŻDEGO WIERSZA MACIERZY WYPŁAT) NALEŻY OKREŚLIĆ NAJMNIEJSZĄ WARTOŚĆ (MINIMALNĄ WYGRANĄ), A NASTĘPNIE WYBRAĆ STRATEGIĘ, DLA KTÓREJ MINIMALNA WYGRANA JEST NAJWIĘKSZA, CZYLI:

$$v = \max_i \left\{ \min_j a_{ij} \right\}$$

KRYTERIUM HURWICZA

$$v_i(\gamma) = \gamma \min_j(a_{ij}) + (1 - \gamma) \max_j(a_{ij})$$

PUNKTEM WYJŚCIA KRYTERIUM HURWICZA
JEST WYBÓR WSPÓŁCZYNNIKA
OSTROŻNOŚCI .

DLA KAŻDEJ STRATEGII NALEŻY OBLICZYĆ
PRZECIĘTNĄ WYGRANĄ WEDŁUG WZORU:

A NASTĘPNIE WYBRAĆ TĘ STRATEGIĘ, DLA
KTÓREJ

PRZYJMUJE WARTOŚĆ MAKSYMALNĄ.
ZAUWAŻMY, ŻE W ZALEŻNOŚCI OD WYBORU
WSPÓŁCZYNNIKA OSTROŻNOŚCI REGUŁA
HURWICZA MOŻE SIĘ STAĆ REGUŁĄ
BARDZO ASEKURANCKĄ (PRZY POKRYWA
SIĘ Z KRYTERIUM WALDA) ALBO BARDZO
HAZARDOWĄ (PRZY
SPROWADZA SIĘ DO WYBORU
MAKSYMALNEJ Z MAKSYMALNYCH
WYGRANYCH, A WIĘC BARDZO
OPTYMISTYCZNEGO).



KRYTERIUM OPTYMISTYCZNE

(DLA RYZYKANTÓW) POLEGA
NA OKREŚLENIU DLA KAŻDEJ
STRATEGII
MAKSYMALNEJ WYGRANEJ I
WYBORZE STRATEGII, DLA
KTÓREJ TA MAKSYMALNA
JEST NAJWIĘKSZA, CZYLI:

$$v = \max_i \left\{ \max_j a_{ij} \right\}$$

KRYTERIUM BAYESA

WEDŁUG KRYTERIUM BAYESA NAJLEPSZA JEST STRATEGIA, KTÓRA DAJE NAJWIĘKSZĄ PRZECIĘTNĄ WYGRANĄ
OBLICZANĄ DLA KAŻDEJ STRATEGII (PRZY ZAŁOŻENIU, ŻE WSZYSTKIE STANY NATURY SĄ JEDNAKOWO PRAWDOPODOBNE)
JAKO ZWYKŁĄ ŚREDNIĄ ARYTMETYCZNA WEDŁUG WZORU (N – LICZBA STANÓW NATURY):

$$v_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

KRYTERIUM SAVAGE'A

SPEŁNIA POSTULAT MINIMALIZACJI OCZEKIWANYCH STRAT WYNIKŁYCH Z PODJĘCIA

PRZEZ NAS DECYZJI GORSZEJ NIŻ NAJLEPSZA MOŻLIWA DLA DANEGO STANU NATURY (Z PUNKTU WIDZENIA PODEJMUJĄCEGO DECYZJĘ). NALEŻY WYBRAĆ TĘ STRATEGIĘ, DLA KTÓREJ STRATA RELATYWNA JEST NAJMNIEJSZA.

PIERWSZYM ETAPEM JEST ZNALEZIENIE MACIERZY STRAT RELATYWNYCH. STRATA JEST RÓŻNICĄ MIĘDZY NAJWIĘKSZĄ

WYGRANĄ MOŻLIWĄ DLA DANEGO STANU NATURY A WYGRANĄ ODPOWIADAJĄCĄ PODJĘTEJ DECYZJI. DLA KAŻDEJ

KOLUMNY MACIERZY WYPŁAT (KAŻDEGO STANU NATURY) STRATY RELATYWNE OBLICZA SIĘ WEDŁUG WZORU:

NASTĘPNIE DLA KAŻDEJ STRATEGII NALEŻY OKREŚLIĆ MAKSYMALNĄ STRATĘ I WYBRAĆ STRATEGIĘ, DLA KTÓREJ MAKSYMALNA STRATA BĘDZIE NAJMNIEJSZA, CZYLI:

$$\alpha_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$$

należy określić maksymalną stratę dla każdej strategii, czyli:

$$v = \min_i \left\{ \max_j \alpha_{ij} \right\}$$



PAULINA SUCHOŹEBRSKA SEM I,
GRUPA III